Exercices sur les limites

Exercice n°1 :

Déterminer les limites suivantes ainsi que l'équation d'une éventuelle asymptote :

$$\lim_{x\to-\infty} x^2+x-5 \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{1-x^2}{4} \qquad \lim_{x\to-\infty} x+x^2$$

$$\lim_{x\to+\infty} x^2-x+2 \qquad \lim_{x\to-\infty} x^2+\frac{4}{x} \qquad \lim_{x\to+\infty} -3x^3+x$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x+1} \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{-x^3+x}{x^2+1} \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x-6}{x^3-3}$$

Exercice n°2 :

Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition puis interpréter graphiquement les résultats.

1. $f(x)=x^2+8x-3$ **2.** $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$ **3.** $f(x)=x-2\sqrt{x}+7$ **4.** $f(x)=\dfrac{2x^2-7x-3}{x-4}$

Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie pour $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ par $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+2}$. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

Déterminer $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)$. Que peut-on en déduire ?

Exercice n°4 :

Déterminer les limites en $+\infty$ et $-\infty$ des fonctions suivantes lorsqu'elles existent. Préciser l'existence d'une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ ou de $-\infty$

a) $f(x)=2x^2+3x-4$ b) $f(x)=-2x+3$ c) $f(x)=\frac{1}{x}-2$ d) $f(x)=(3-5x)^2$

e) $f(x)=(x-3)(1-2x)$ f) $f(x)=(4-x^2)(2-x)$ g) $f(x)=-2x^4+3x^2+7x-8$ h) $f(x)=\sqrt{x}\left(\frac{1}{x}-5\right)$

Exercice n°5 :

Dans chaque cas, déterminer l'ensemble de définition de la fonction f et les limites aux bornes de cet ensemble. Préciser les équations des asymptotes éventuelles.

a) $f(x)=\dfrac{2x-1}{4-3x}$ b) $f(x)=-\frac{1}{2}x+3+\dfrac{1}{x-2}$ c) $f(x)=2x-\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

d) $f(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ e) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{2x-x^2}}$ f) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

Exercice n°6 :

Déterminer les limites en a des fonctions suivantes. Préciser l'existence d'une asymptote verticale.

a) $f(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}$ $a = 1$ b) $f(x) = 3 - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ $a = 0$

c) $f(x) = 2x^2 - \dfrac{1}{x^2}$ $a = 0$ d) $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{3}{x}$ $a = 0$

e) $f(x) = \dfrac{2x+1}{4-x^2}$ $a = 2$ f) $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{(x-1)^2}$ $a = 1$

Exercice n°7 :

Soit g la fonction définie pour $x \in \mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{-2}{x^2+1+\sin(x)}$.

1. Donner un encadrement de $\sin x$.

2. En déduire un encadrement de $g(x)$.

3. Déterminer les limites en $-\infty$ et $+\infty$ de g.

Exercice n°8 :

Soit f la fonction définie pour $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x}{\cos x + 2}$

1. Montrer que pout tout $x \in \mathbb{R}$, $\dfrac{1}{\cos x + 2} \geqslant \dfrac{1}{3}$.

2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.